

Áaíadaoídu iñoiyííai oíea

Áaíadaoídu iñoiyííai oíea yáeypony enoi-íeaele iñoiyííai oíea, á eíoiúo inouanoaeyaoony idaiadaçiaíalea íadaíe-áñeíe y eníeuçiaíu yéaeode-áñeéa áaeáaoáee aíooðáííai náiðaley è ò.á. Áaíadaoídu iñoiyííai oíea íaoíayo ídeíalíalea á oáo íodañe íoiúoéaííñe, ía oðainíðoa, ía ñoáao è äð. Eníeuçopony íie è ía yéaeoðíñoaíoyeo á ea-áñoáa áçaoáeoáee ñeíoiúo áaíe Á Á Á Á Áaíadaoídu iñoiyííai oíea. Áaíadaoídu iñoiyííai oíea yáeypony enoi-íeaele iñoiyííai oíea, á eíoiúo inouanoaey ea-áñoáa eíoiúai íaoó áuou eníeuçiaíu yéaeode-áñeéa áaeáaoáee aíooðáííai náiðaley è ò.á. Áaíadaoídu iñoiyííai oíea ía íadaeéode-áñeíe è yéaeoðíeçíe íoiúoéaííñe, ía oðainíðoa, ía ñoáao è äð. Eníeuçopony íie è ía yéaeoðíñoaíoyeo á ea- oáoiíeé aeý íeo-áíey iñoiyííai oíea -ánoi ídeíaypony áuðyieoáeuíuá oñoaííeé, íi íanítody ía yoi áaíadaoídu iñoiyííai oíea í oáoiúo yéaeode-áñeíe íaéíu á oñeíayeo, aeý eíoiúo ía ídaaíçia-áí çaaííí-èçaiíoiáeoáeai, íaçúaaony íieíaeuíu. Áaeé-è éaòaeííao è áuáeáapony ía oáaeé-éa, ídeéðáíeáííe è ñoáíe íaéíu. {mospagebreak title=Éeáñeíeéaóey áaíadaoídu iñoiyííai Éeáñeíeéaóey áaíadaoídu iñoiyííai oíea ídeçaiíeony íi ííííao èo áçaoáeáíey. Íie íadaçaaeypony ía áaíadaoídu í íaçaáe yéaeoðííaeíeíu áçaoáeáíeai íaiíoea áçaoáeáíey, ðañíeááaíay ía áeáíuó íepñao, íeéep-áaony è íaçaáeñeííe enoi-íeéó íaiíoeíe áçaoáeáíey, íaáeééa è á íieíaeuííi ðáeéíá ñíñoáeýáo 1-5 % íieíaeuííe íuúíñe yeídy áaíadaoídu. Íau-íi íoiáoiíí ç íoiúoéaííñe íaáíeòáíe, èç eíoiúo èçaiíoiáeypony íepñao íaéíu. N oáeéi áeáíi áçaoáeáíey áuúieýpony áaíadaoídu íoiíñeóeúí ía oáoeéðííeíe íaiíoyeáíey. Ó áaíadaoídu íi íaiíeáíeáíeai íaiíoea áçaoáeáíey íeo-áao íeóalea ío ííáñoáaííai yeídy. Á ç íadaeéaeuííai áçaoáeáíey íeáçala ía ðeñ. 1,á. Íadaíííe oáçeñoið RB áao áçííeíínoy eçíayou oíe áçaoáeáíey ía è, ñeáíí ñíñoáeýáo 1-5 % íieíaeuííai oíea íaéíu. Ó áaíadaoídu íieáííeáíeáíeíe áçaoáeáíey íaiíoea áçaoáeáíey ííaeíyaoony ííne 1, á) ía íepñao ðaçiaupony áaá íaiíoeé. Íaíe èç íeó, eíapuy áíeúoíá -eñeí aeóeíe è áuúieíay èç íoiáíeéíe íoiíñeóeúí íaíe áeep-áaony ííeáííeáíeáíe í yeíðai. Óíe yeídy oáeíai áaíadaoídu oáaá ía = 1 + ía. Ó yoeó áaíadaoídu íadaeéaeuíay è ííeáíe ðaçeé-ápony áaíadaoídu ííeáííai ííeáííai áeep-áíey è áaíadaoídu ííeáííai áñoðá-ííai áeep-áíey. Íau-íi á áaíadaoídu ðo íoiííai, ñáðeáííai è eíííeáííai áçaoáeáíey. Níeáííi ÁÍÑÓ 183-74 aeý íaéíe iñoiyííai oíea ídeíyoi ñeáópuaá íaçia-áíeá íaiíoeé áuúieóeúííe íepñai Á1-Á2, eíííeáííe íaiíoeé É1-É2. Óeóðá 1 íaçia-áao ía-áeí, á 2 - eííao íaiíoeé. Íííííuá íaçia

Éíao

Íaiíoea yeídy	A1	A2		
Íaiíoea áíáaíí-ííai íepñá		B1	B2	
Íaiíoea eíííeáííeííay	C1	C2		
Ííeáííeáíeáíeíay íaiíoea áçaoáeáíey		D1	D2	
Íadaeéaeuíay íaiíoea áçaoáeáíey		E1	E2	

Íaçaáeñeíay íaiíoea áçaoáeáíey F1 F2 {mospagebreak title=Óðaiíeéa áaíadaoídu iñoiyííai oíea} Á Á Á Ó íaéíu á ea-áñoáa áaíadaoídu, íeáí ídañoáeóu á áeá ídeááaííuó íeáa oðaiíeé. Yoe oðaiíeé íídaáaeéáu aeý áño á U = E - íaíEra - íUú. (1) Á íaáíeá íaiíoyeáíey á oáíe yeídy ñíñíe èç áao ñíñoáeýpueó: íaíEra - íaáíeá íaiíoyeáíe ñíñíeéaeíey íaiíoeé yeídy è áño ííeáííeáíeáíe ííeáííeáííe í íae íaiíoeíe. Á íauáí ñeo-áa íEra = ra + rä. + rñ + ré, (íaiíoeíe: yeídy, áuúieóeúííe íepñai, ííeáííeáíeáíeé è eíííeáííeííe. Á çaaeñeííe ío eííeðoiíe ñoiú áaíadaoídu -áño ñ ía Ra, (3) Á áaá Ra=íEra+rú. Íadaóííai ñíñíeéaeíeá uáoi-ííai eíííeáeóà rú Á ídeáeéaeííe ídeíeíeáony iñoiyííu è ða íaoñeíeáíe YÁÑ E è ánaáa eíáao ñ íae íaeíeáíe íaiíoeáíeá: ía = (E - U)/Ra. (4) Á Óðaiíeéa áeáííe íuúííe = íEa. - í2aíEra - íUúla. Á Á íoiçaaáíeá E ía=Píi íaçúaaony yéaeoðííaeíeíe íuúííeé è ídañoáeýáo ííeé ñoi xáñoú yóíe íuúíñe ðañoiíeáony á oáíe yeídy ía yéaeode-áñeéa íioáðe á íaiíoeá (í2aíEra= Pý,á) è á íadaóííai ñíñíeéaeíeé U Á áaíadaoídu íaçaáeñeíai áçaoáeáíey yoa íuúíñe ííñoiíeáíe áí áíeáíe ñaoú è ídañoáeýáo ííeé íeáçíop íuúíñe áaíadao çaoðá-eáaííe ía áçaoáeáíeá: P2 = Ula - Pá. (6) Á É áaíadaoídu ío áeáaoáey, íeáíyuaáí áí adauáíeá áí y áaíadaoídu ía íeóúeá íadaíe-áñeéó íoáðu Pío(óðáíe á íaéíeéá, áaíeéyep), íaeíeíuó íoáðu á ñoáe yeídy Pí è áíeáíe çaoðá-eáaííe ía áçaoáeáíeá, ííñoiíeá ío ííñoiíííai enoi-íeéa, íyoyíío á eáíe -áñoð (7) ñeááoó ídeíeáíe P1 = Píi ídaíadaçiaíeá íuúíñe á áaíadaoídu iñoiyííai oíea aeý íaeýáííe íeáí ídañoáeóu á áeá ííadaeé-áñeíe áeáðaiú (ðe

Óðaiíeéa ðaííeáíeé ííaiíe. Ííeáeéa ídaóp è eáóp -áñoð oðaiíeé (7) ía oáeíeáop ñeíínoy yeídy Í©=2íEñ/60, ííeó-èí oðae

Á
 eéè Í1 = Í + (Pí. + Pí + Pá)/Í©. Á

Á Yéaeoðííaeíeíe ííaiíe í á áaíadaoídu íaiíoeá adauáíey è oáaá í=cMíáÓ. Íde oáaeé-áíeé oíea ía áçðáñoáao yéae áaíadaoídu) Á Á Á ÓÐÁÉÓÐÉÑÓÉÉÉ ÁÍÍÁÐÁÓÍÐÍÁ Ðaáí-eá ñaíeñoáa yéaeode-áñeéó íaéíe íídaáeýpony èo oáðeó. oáðeóðeñeé. Áña oéaçaiíuá oáðeóðeñeéé íídaáeýpony íde iñoiyííe íieíaeuííe -áñoíeá adauáíey yeídy. Íie ííao áu. ÁÇÁÓÆÁÍÉB ía ðeñ. 1,á ídañoáeáíe ñoáíe aeý yéñídeíeíeáíe eñíeáííeáíe áaíadaoídu íaçaáeñeíai áçaoáeáíey. Á oáíe yeídy ía oáoeéðoáony íadaíííuí ðaçeñoiíííe. Ídaáeé eçíadaíeé áíeáíeá è áíeúoiáeá á oáíe yeídy ñeááoó áuáeé áçaoáeáíey áuáeáony ía oíe, ðaííe 1-5 % ííí. Óaðeóðeñeéa oíeínoíai oíeá. Óaðeóðeñeéa oíeínoíai oíeá ídañoáa íeéep-áí, oíe ía=0). Á íauáí ñeo-áa íde eçíalíeé oíea áçaoáeáíey ííe-áeá á íaiíí íaiíoeáíeé, á çaðai á áðoáíí yoa çaaeñeíí íauúñíyáony íaeé-eáí aeñoáðaçeñá á ñoáeé, èç eíoiúe áuúieíeá íaáíeóíay ñeñoáíe íaéíu. Ça ðañ-áoióp ídeíeíeáony ñeáííy íínoáí-ííai íaáíeóçia ñoáíeá è ííñeó íaçaáíeá YÁÑ ínoáí-ííai íaáíeóçia. Çía-áíeá Eíñe ídeíeáííe ðaáí 1-3% íieíaeuííai íaiíoy

Α ΔΙΑΦΑΝΕΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΚΑΙ ΑΛΓΕΒΡΑΣ. Ένα από τα βασικά προβλήματα της γεωμετρίας είναι να βρούμε τον άγνωστο γωνία ή μήκος ενός τριγώνου όταν γνωρίζουμε μερικά στοιχεία. Το πρόβλημα που θα εξετάσουμε εδώ είναι το εξής: Δίνεται ένα τρίγωνο με γωνίες α, β, γ και μήκη πλευρών a, b, c . Αν γνωρίζουμε δύο γωνίες και μία πλευρά, ή δύο πλευρές και μία γωνία, ή τρεις πλευρές, τότε μπορούμε να βρούμε τα υπόλοιπα στοιχεία του τριγώνου. Τα βασικά θεωρήματα που χρειαζόμαστε για να λύσουμε αυτά τα προβλήματα είναι το νόμο του ημιτόνου, το νόμο του συνημιτόνου και ο τύπος του Ηέρωνα.

13. Δίνεται ένα τρίγωνο με γωνίες α, β, γ και μήκη πλευρών a, b, c . Αν γνωρίζουμε δύο γωνίες και μία πλευρά, τότε μπορούμε να βρούμε τα υπόλοιπα στοιχεία του τριγώνου. Για παράδειγμα, αν γνωρίζουμε τις γωνίες α και β και την πλευρά a , τότε μπορούμε να βρούμε την πλευρά b χρησιμοποιώντας το νόμο του ημιτόνου: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$. Ομοίως, μπορούμε να βρούμε την πλευρά c και την γωνία γ .

14. Δίνεται ένα τρίγωνο με γωνίες α, β, γ και μήκη πλευρών a, b, c . Αν γνωρίζουμε δύο πλευρές και μία γωνία, τότε μπορούμε να βρούμε τα υπόλοιπα στοιχεία του τριγώνου. Για παράδειγμα, αν γνωρίζουμε τις πλευρές a και b και την γωνία γ μεταξύ τους, τότε μπορούμε να βρούμε την τρίτη πλευρά c χρησιμοποιώντας το νόμο του συνημιτόνου: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$. Ομοίως, μπορούμε να βρούμε τις γωνίες α και β χρησιμοποιώντας το νόμο του ημιτόνου.

15. Δίνεται ένα τρίγωνο με γωνίες α, β, γ και μήκη πλευρών a, b, c . Αν γνωρίζουμε τρεις πλευρές, τότε μπορούμε να βρούμε τις γωνίες του τριγώνου. Για παράδειγμα, αν γνωρίζουμε τις πλευρές a, b, c , τότε μπορούμε να βρούμε την γωνία α χρησιμοποιώντας το νόμο του συνημιτόνου: $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$. Ομοίως, μπορούμε να βρούμε τις γωνίες β και γ . Ο τύπος του Ηέρωνα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να βρούμε το εμβαδόν του τριγώνου αν γνωρίζουμε τις τρεις πλευρές.

Α. Ένα από τα βασικά προβλήματα της γεωμετρίας είναι να βρούμε τον άγνωστο γωνία ή μήκος ενός τριγώνου όταν γνωρίζουμε μερικά στοιχεία. Το πρόβλημα που θα εξετάσουμε εδώ είναι το εξής: Δίνεται ένα τρίγωνο με γωνίες α, β, γ και μήκη πλευρών a, b, c . Αν γνωρίζουμε δύο γωνίες και μία πλευρά, ή δύο πλευρές και μία γωνία, ή τρεις πλευρές, τότε μπορούμε να βρούμε τα υπόλοιπα στοιχεία του τριγώνου. Τα βασικά θεωρήματα που χρειαζόμαστε για να λύσουμε αυτά τα προβλήματα είναι το νόμο του ημιτόνου, το νόμο του συνημιτόνου και ο τύπος του Ηέρωνα.

ο.α. οίε άόάά άάά 1,13 λίι.
Α

16. Δίνεται ένα τρίγωνο με γωνίες α, β, γ και μήκη πλευρών a, b, c . Αν γνωρίζουμε δύο γωνίες και μία πλευρά, τότε μπορούμε να βρούμε τα υπόλοιπα στοιχεία του τριγώνου. Για παράδειγμα, αν γνωρίζουμε τις γωνίες α και β και την πλευρά a , τότε μπορούμε να βρούμε την πλευρά b χρησιμοποιώντας το νόμο του ημιτόνου: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$. Ομοίως, μπορούμε να βρούμε την πλευρά c και την γωνία γ .

Íáííáí eç ááíáðáòíðíá òíé áóááò ðáñíðáááeyòüñý íáæáó ññéááíáàòáeyÁ-íúíè íáíðéáíè íáðáóíí íðííðóéííáeyíí èð ñíðíðéáéáíeyí. Í ñíáðáíííáí áíçáóæááíey íðè ñíáéáñííí áéèþ-áíèè íáííðíé íðíðáéááò òàé æá, èàé è áðóáèð ááíáðáòíðíá. Áey óéó-ðáíey ðááíòú íí