

Παρακάτω δίνονται οι συνιστώσες των διανυσμάτων που ορίζονται ως εξής: $\vec{a} = \vec{a}_x \vec{i} + \vec{a}_y \vec{j} + \vec{a}_z \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{b}_x \vec{i} + \vec{b}_y \vec{j} + \vec{b}_z \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{c}_x \vec{i} + \vec{c}_y \vec{j} + \vec{c}_z \vec{k}$.
Από την προϋπόθεση ότι τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ είναι μη μηδενικά και ορθογώνια μεταξύ τους, προκύπτει ότι $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = 0$.
Επιπλέον, δίνεται ότι $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 3$.
Από τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου, έχουμε: $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2 = 1$, $\vec{b} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|^2 = 4$, $\vec{c} \cdot \vec{c} = |\vec{c}|^2 = 9$.
Αντικαθιστώντας τις συνιστώσες στα παραπάνω, προκύπτουν οι εξισώσεις: $a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 = 1$, $b_x^2 + b_y^2 + b_z^2 = 4$, $c_x^2 + c_y^2 + c_z^2 = 9$.
Επιπλέον, από την ορθογωνότητα των διανυσμάτων, προκύπτουν οι εξισώσεις: $a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0$, $b_x c_x + b_y c_y + b_z c_z = 0$, $c_x a_x + c_y a_y + c_z a_z = 0$.
Από αυτές τις εξισώσεις, είναι δυνατόν να βρεθούν οι συνιστώσες των διανυσμάτων. Για παράδειγμα, αν θέσουμε $a_z = \sqrt{1 - a_x^2 - a_y^2}$, τότε από την εξίσωση $a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0$ προκύπτει: $b_z = -\frac{a_x b_x + a_y b_y}{a_z}$.
Αντικαθιστώντας αυτό στην εξίσωση $b_x^2 + b_y^2 + b_z^2 = 4$, προκύπτει μια εξίσωση με δύο μεταβλητές, η οποία μπορεί να λυθεί με τη βοήθεια της θεωρίας των παραβολικών καμπύλων.