

# Άσκηση 1: Γωνίες και μήκη

Δίνεται τρίγωνο  $\triangle ABC$  με  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle A = 30^\circ$  και  $AC = 1$ . Να βρεθούν τα μήκη των πλευρών  $AB$  και  $BC$ .

Λύση: Επειδή  $\angle C = 90^\circ$  και  $\angle A = 30^\circ$ , τότε  $\angle B = 60^\circ$ . Χρησιμοποιώντας τις τριγωνομετρικές σχέσεις:

Α

Για να βρούμε το μήκος της υποτείνουσας  $AB$ , χρησιμοποιούμε τη σχέση  $\cos A = \frac{AC}{AB}$ . Έτσι,  $\cos 30^\circ = \frac{1}{AB}$ , οπότε  $AB = \frac{1}{\cos 30^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ .

Για να βρούμε το μήκος της κάθετης  $BC$ , χρησιμοποιούμε τη σχέση  $\tan A = \frac{BC}{AC}$ . Έτσι,  $\tan 30^\circ = \frac{BC}{1}$ , οπότε  $BC = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

Β

Επιπλέον, μπορούμε να βρούμε το μήκος της υποτείνουσας  $AB$  χρησιμοποιώντας το  $\sin B = \frac{AC}{AB}$ . Έτσι,  $\sin 60^\circ = \frac{1}{AB}$ , οπότε  $AB = \frac{1}{\sin 60^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ .

Γ

Τέλος, για να βρούμε το μήκος της υποτείνουσας  $AB$  χρησιμοποιώντας το  $\sin A = \frac{BC}{AB}$ , έχουμε  $\sin 30^\circ = \frac{BC}{AB}$ , οπότε  $AB = \frac{BC}{\sin 30^\circ} = \frac{1/\sqrt{3}}{1/2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ .

Δ

Από τα παραπάνω, προκύπτει ότι τα μήκη των πλευρών είναι  $AB = \frac{2}{\sqrt{3}}$  και  $BC = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

Ε

Επιπλέον, μπορούμε να βρούμε το μήκος της υποτείνουσας  $AB$  χρησιμοποιώντας το  $\cos B = \frac{BC}{AB}$ . Έτσι,  $\cos 60^\circ = \frac{BC}{AB}$ , οπότε  $AB = \frac{BC}{\cos 60^\circ} = \frac{1/\sqrt{3}}{1/2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ .

Σ

Επομένως, τα μήκη των πλευρών του τριγώνου  $\triangle ABC$  είναι  $AB = \frac{2}{\sqrt{3}}$  και  $BC = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

Ζ

Τέλος, για να βρούμε το μήκος της υποτείνουσας  $AB$  χρησιμοποιώντας το  $\sin B = \frac{BC}{AB}$ , έχουμε  $\sin 60^\circ = \frac{BC}{AB}$ , οπότε  $AB = \frac{BC}{\sin 60^\circ} = \frac{1/\sqrt{3}}{1/2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ .

Για να βρούμε το μήκος της υποτείνουσας  $AB$  χρησιμοποιώντας το  $\cos A = \frac{AC}{AB}$ , έχουμε  $\cos 30^\circ = \frac{1}{AB}$ , οπότε  $AB = \frac{1}{\cos 30^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ .