

Трёхмерная геометрия и векторы

Итак, рассмотрим трёхмерное пространство (трёхмерное евклидово пространство, трёхмерное евклидово пространство) с координатными осями (три осевых вектора) $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$.

Рассмотрим вектор \vec{r} в трёхмерном пространстве, заданный своими проекциями на оси $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$. Тогда $\vec{r} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3$, где x, y, z — координаты вектора \vec{r} .

Итак, рассмотрим трёхмерное пространство (трёхмерное евклидово пространство, трёхмерное евклидово пространство) с координатными осями (три осевых вектора) $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$.

Рассмотрим вектор \vec{r} в трёхмерном пространстве, заданный своими проекциями на оси $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$. Тогда $\vec{r} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3$, где x, y, z — координаты вектора \vec{r} .

А теперь рассмотрим трёхмерное пространство, заданное тремя взаимно ортогональными векторами $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$. Тогда $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_3 = \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_3 = 0$ и $|\vec{e}_1| = |\vec{e}_2| = |\vec{e}_3| = 1$.

$$\vec{r} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3 \quad (1)$$

где

$$x = (\vec{r} \cdot \vec{e}_1) / |\vec{e}_1|, \quad y = (\vec{r} \cdot \vec{e}_2) / |\vec{e}_2|, \quad z = (\vec{r} \cdot \vec{e}_3) / |\vec{e}_3| \quad (2)$$

n — нормальный вектор к поверхности.

Далее рассмотрим (1) и (2), чтобы найти координаты x, y, z .

Из (1) и (2) найдем x, y, z :

$$x = (\vec{r} \cdot \vec{e}_1) / |\vec{e}_1|, \quad y = (\vec{r} \cdot \vec{e}_2) / |\vec{e}_2|, \quad z = (\vec{r} \cdot \vec{e}_3) / |\vec{e}_3| \quad (3)$$

Значит, нормальный вектор к поверхности \vec{n} можно найти по формуле $\vec{n} = \vec{e}_1 \times \vec{e}_2 + \vec{e}_2 \times \vec{e}_3 + \vec{e}_3 \times \vec{e}_1$, где $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ — базисные векторы.

Из (3) найдем, что x, y, z являются проекциями вектора \vec{r} на векторы $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ соответственно. Тогда $x = |\vec{r}| \cos \alpha$, $y = |\vec{r}| \cos \beta$, $z = |\vec{r}| \cos \gamma$, где α, β, γ — углы между вектором \vec{r} и осями $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$.

Тогда $\vec{r} = |\vec{r}| (\cos \alpha \vec{e}_1 + \cos \beta \vec{e}_2 + \cos \gamma \vec{e}_3)$. Здесь $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ — направляющие косинусы вектора \vec{r} . Они удовлетворяют соотношению $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$.

Итак, рассмотрим трёхмерное пространство, заданное тремя взаимно ортогональными векторами $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$. Тогда $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_3 = \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_3 = 0$ и $|\vec{e}_1| = |\vec{e}_2| = |\vec{e}_3| = 1$.

Итак, рассмотрим трёхмерное пространство, заданное тремя взаимно ортогональными векторами $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$. Тогда $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_3 = \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_3 = 0$ и $|\vec{e}_1| = |\vec{e}_2| = |\vec{e}_3| = 1$. Тогда $\vec{r} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3$, где x, y, z — координаты вектора \vec{r} .

Итак, рассмотрим трёхмерное пространство, заданное тремя взаимно ортогональными векторами $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$. Тогда $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_3 = \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_3 = 0$ и $|\vec{e}_1| = |\vec{e}_2| = |\vec{e}_3| = 1$.

$$\vec{r} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3 \quad (3)$$

где x, y, z — координаты вектора \vec{r} .

$$x = (\vec{r} \cdot \vec{e}_1) / |\vec{e}_1|, \quad y = (\vec{r} \cdot \vec{e}_2) / |\vec{e}_2|, \quad z = (\vec{r} \cdot \vec{e}_3) / |\vec{e}_3| \quad (4)$$

Из (4) найдем, что x, y, z являются проекциями вектора \vec{r} на векторы $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ соответственно. Тогда $x = |\vec{r}| \cos \alpha$, $y = |\vec{r}| \cos \beta$, $z = |\vec{r}| \cos \gamma$, где α, β, γ — углы между вектором \vec{r} и осями $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$.

Итак, рассмотрим трёхмерное пространство, заданное тремя взаимно ортогональными векторами $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$. Тогда $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_3 = \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_3 = 0$ и $|\vec{e}_1| = |\vec{e}_2| = |\vec{e}_3| = 1$.